

# Aplicación del método de análisis de varianza jerárquico para evaluar la uniformidad del hormigón premezclado

## Application of the nested anova model to evaluate the uniformity of ready-mixed concrete

Carlos Videla\*, Cristián Imbarack\*\*

\* Escuela de Ingeniería, Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago, CHILE

\*\* Región Metropolitana, Hormigones Premix S.A. Lafarge, CHILE  
cristian.imbarack@melon.lafarge.cl

Fecha de recepción: 07/06/2005  
Fecha de aceptación: 28/07/2005  
PAG. 173 - 184

### Resumen

La presente investigación tuvo como objetivo aplicar y validar el modelo de Análisis de Varianza Jerárquico, como herramienta de análisis de la uniformidad de una producción de hormigón premezclado. En teoría el método permite descomponer la varianza total ( $\sigma^2_{total}$ ) de la resistencia del hormigón, u otra propiedad a evaluar, como la suma de sus componentes. En la presente investigación se consideró los componentes: "entre-amasadas", "dentro-amasadas" y "laboratorio" ( $\sigma^2_{total} = \sigma^2_{entre-amasada} + \sigma^2_{dentro-amasadas} + \sigma^2_{laboratorio}$ ), siendo la amasada la unidad básica de producción. Mediante ésta descomposición de la varianza fue posible determinar el aporte de cada componente a la varianza total de la propiedad estudiada, en la misma unidad de medida y en términos relativos. El método fue aplicado con éxito a una situación real de producción y distribución de hormigón premezclado. Se determinó que la mayor parte de la variabilidad de la resistencia se encuentra dentro de las amasadas (51,5 %; condición de descarga normal sin agregación de agua en obra). La variabilidad entre amasadas resultó ser la segunda en importancia (41,1 %). La variabilidad atribuible al laboratorio de control (entre probetas gemelas) resultó de menor orden (7,4 %). Lo anterior reveló una deficiente homogeneización del hormigón durante el mezclado en camión mixer, y una gran oportunidad de mejoramiento para la empresa.

Palabras Clave: Hormigón, variabilidad, uniformidad, control calidad, modelo estadístico Anova jerárquico

### Abstract

The objective of this research was to apply and validate the Nested Anova Model as an analysis tool of the uniformity of ready-mixed concrete production. In theory this method allows the decomposition of the total variance ( $\sigma^2_{total}$ ) of the concrete strength, or any other property to be evaluated, as the sum of its components. In the present study the following components were considered: "batch-to-batch", "within-batch" and "within-test or laboratory" ( $\sigma^2_{total} = \sigma^2_{batch-to-batch} + \sigma^2_{within-batch} + \sigma^2_{within-test}$ ), being the batch the basic unit of production. This variance decomposition allowed assessing the contribution of each component to the total variance of the studied property, in the same unit of measurement and in relative terms. The method was successfully applied to an actual ready-mixed concrete production and distribution study case. It was concluded that the main source of concrete strength variability was the within-batch variation (51.5%; normal delivery condition without the addition of water on site). The batch-to-batch variability resulted to be the second most important contributor to the strength variation (41.1%). The variability attributable to the control laboratory (or within-test deviation estimated based on differences in strengths of companion test cubes made from the same sample of concrete) resulted to be the smallest contributor to the strength variation (7.4%). The results clearly show that the main cause of concrete strength variability was a deficient homogenization of the concrete during the mixing process in the mixer trucks, and therefore there is a great opportunity for improvement of the company.

Keywords: Concrete, variability, uniformity, quality control, statistical nested Anova model

## 1. Introducción

La industria del hormigón premezclado ha basado sus sistemas de control y aseguramiento de calidad en la evolución histórica de los mismos. Con ello cabe esperar que en el corto plazo éstos contengan elementos de control estadístico de procesos y mejoramiento continuo, buscando el estándar de gestión total de calidad. En dicho contexto es necesario que el productor de hormigón premezclado pueda evaluar la uniformidad de

sus procesos y productos, para garantizar el cumplimiento de las especificaciones de la forma más eficiente posible.

Actualmente, para evaluar la uniformidad de una producción de hormigón, en casos individuales, se cuenta con métodos que califican la calidad del mezclado (ACI, 2002; ASTM, 1997) y/o la eficiencia del equipo mezclador (Charonnat, 1996; Day, 1999). En forma separada, se dispone de métodos que evalúan la

variabilidad de la producción y del laboratorio utilizando la resistencia del hormigón como variable de control (Dewar y Anderson, 1992; Ferraris, 2001). De esta forma los métodos disponibles no permiten evaluar simultáneamente la variabilidad entre unidades de producción (entre amasadas), dentro de las unidades de producción (dentro de las amasadas) y del ensayo (laboratorio ejecutante del ensayo). Para determinar estas componentes de variabilidad se puede utilizar el método estadístico de Análisis de Varianza Jerárquico (Montgomery, 1991), adaptando el modelo a la producción del hormigón premezclado.

La aplicación del método, bajo un diseño de experimento apropiado, permite al productor de hormigón cuantificar cada componente de la variabilidad de su producción y con ello generar acciones para mejorar su eficiencia y efectividad. Asimismo, el método puede ser empleado para investigar el efecto controlado de uno o más factores sobre la uniformidad de la producción o de las mejoras introducidas al sistema.

## 2. Significación de la investigación

El valor de la presente investigación radica en la aplicación y validación del modelo estadístico Anova Jerárquico, para cuantificar los componentes de la varianza de la resistencia del hormigón en una producción industrial real.

## 3. Objetivos y alcance

El objetivo principal de la investigación fue evaluar la aplicabilidad del método estadístico de Análisis de Varianza Jerárquico, como herramienta para cuantificar los componentes de varianza de la resistencia del hormigón en una producción industrial real, según la ecuación 1:

$$\sigma_{\text{total}}^2 = \sigma_{\text{entre-amasada}}^2 + \sigma_{\text{dentro-amasadas}}^2 + \sigma_{\text{laboratorio}}^2 \quad (1)$$

en que:

$\sigma_{\text{entre-amasada}}^2$ : varianza entre amasadas. Variabilidad producto de diferencias en las propiedades de los materiales, pesaje y carga de los materiales, tiempo de mezclado, condiciones climáticas y los mismos factores que afectan a  $\sigma_{\text{dentro-amasadas}}$ .

$\sigma_{\text{dentro-amasadas}}^2$ : varianza dentro de cada amasada. Variabilidad entre muestras tomadas de la misma amasada, a causa de variaciones en: tiempo de mezclado, velocidad

de rotación del mezclador, secuencia de carga de materiales, etc.

$\sigma_{\text{laboratorio}}^2$ : varianza del laboratorio. Variabilidad entre probetas gemelas a causa de variaciones en el procedimiento de muestreo, confección de probetas, compactación, transporte, curado, refrentado y ensayo de las mismas.

Cada varianza se determina mediante el cálculo de la desviación estándar, la cual es un estimador poblacional ( $S^2$  es la estimación poblacional de  $\sigma^2$ ).

Aunque durante la investigación se midieron las propiedades de resistencia, asentamiento de Cono, densidad aparente, contenido de aire y temperatura ambiente y del hormigón, el presente trabajo utiliza sólo la propiedad resistente del hormigón (resistencia a compresión a 28 días) como variable que define su uniformidad.

## 4. Antecedentes

En una producción industrial de hormigón premezclado, se reconoce como unidad básica de fabricación a cada amasada de hormigón que es despachada al cliente según sus requerimientos. En términos generales, estas amasadas son enviadas en un volumen típico de entre 2 y 7 m<sup>3</sup>, en un camión mixer u otro medio de transporte.

Tradicionalmente en tecnología del hormigón se entiende por uniformidad del hormigón a la homogeneidad alcanzada dentro de cada amasada. Por otra parte, también se extiende el concepto de uniformidad a la producción de sucesivas amasadas cuando se requiere evaluar a lo largo del tiempo. Sin embargo, hasta ahora no se dispone de ningún método de análisis que combine ambos alcances del concepto para estudiar la uniformidad del hormigón, según la descomposición de la Ecuación 1.

En el caso del estudio de la uniformidad dentro de cada amasada, la forma más sencilla de evaluación es a través de la comparación de propiedades del hormigón medidas en distintas muestras tomadas en la misma amasada, procedimiento que se encuentra normalizado (ACI, 2002; ASTM, 1997; INN 1986). Por ejemplo, en INN NCh1789 se indica comparar, para dos muestras obtenidas de una misma amasada, la densidad aparente del hormigón, la docilidad, la resistencia a 7 días, el porcentaje de grava, la densidad del mortero sin aire y el contenido de aire, y se especifica el rango de variación aceptable. Además, existen criterios prácticos de

evaluación para comparar la resistencia y otras propiedades entre muestras tomadas de una misma amasada y entre probetas gemelas (Dewar y Anderson, 1992).

Asimismo, se utiliza el concepto de uniformidad (homogeneidad) del mezclado para definir su eficiencia (Ferraris, 2001), pero se postula que la comparación de dos o más muestras provenientes de una misma amasada, reflejadas mediante los resultados de asentamiento de Cono, densidad fresca, contenido de aire y resistencia, tiene la desventaja de ser un método indirecto, ya que no se muestra directamente la homogeneidad de la mezcla, sino que se asume que una potencial no-homogeneidad afectará las propiedades evaluadas. Además, es posible que los métodos de medición escogidos no sean lo suficientemente sensibles para detectar cambios locales en la composición del hormigón.

Un indicador directo de la homogeneidad alcanzada durante el mezclado es la medición de la composición de cada muestra, determinando la distribución de los componentes sólidos como los áridos gruesos y finos, adiciones minerales y pasta de cemento (Charonnat, 1997). Sobre lo anterior, resultados empíricos indican que la medición del contenido de cemento es la mejor evaluación de la uniformidad alcanzada durante el mezclado (Neville, 1996). Sin embargo, para el cliente que recibe el hormigón premezclado, la uniformidad está dada por las propiedades de calidad o de desempeño del hormigón (principalmente resistencia) y no es necesariamente de su interés comprobar la eficiencia del mezclado mediante parámetros internos de la mezcla, lo cual sí interesa al productor. El método basado en la composición de la mezcla propone clasificar el mezclado (equipo mezclador o proceso), según su eficiencia (Charonnat, 1997). Así es como, para determinar la eficiencia y luego asignarle una categoría, se propone utilizar el coeficiente de variación de los resultados de cuatro parámetros de medición. Por su parte, un método que combina la evaluación por composición y por desempeño es el método denominado "Híbrido" (Ferraris, 2001). En este método se seleccionan las siguientes propiedades: distribución del contenido de cemento, árido fino y árido grueso en la mezcla, variación de la resistencia y variación en la consistencia (medida mediante asentamiento de Cono, con incremento de tiempo). Debido a que muchos factores pueden afectar el desempeño del mezclado, el método fija tres tipos de hormigón para evaluar la eficiencia del mezclado (los tres deben ser usados en la evaluación). La calificación se lleva a cabo mediante el análisis de 8 muestras de cada parámetro y la medición y comparación del

coeficiente de variación.

Una vez realizados los ensayos y analizados los resultados se puede comprobar la calidad del amasado y, si es necesario, ajustar los factores que lo estén afectando. Algunos factores que inciden en la obtención de una amasada homogénea y uniforme son: tiempo de mezclado, velocidad de rotación del equipo mezclador, tipo y características del equipo mezclador, desgaste de paletas (o similares) del equipo mezclador, metodología de carguío de materiales o secuencia de carga y volumen de hormigón respecto de la capacidad óptima del equipo (Charonnat, 1997; Ferraris, 2001; Day, 1998; Dewar, y Anderson, 1992).

Hasta ahora se han visto distintos métodos para determinar la uniformidad de una amasada de hormigón, sin embargo, todos ellos carecen de una base metodológica estadística que permita interpretar los resultados en base a un nivel de significación. Asimismo, los métodos revisados no pueden ser directamente aplicados para comparar la uniformidad entre amasadas con la uniformidad dentro de la amasada. De esta manera, el productor de hormigón premezclado no puede saber qué parte de la variabilidad total se debe a la dispersión dentro de la amasada, entre amasadas y del ensayo (laboratorio).

En general, la uniformidad entre amasadas se evalúa mediante el cálculo de la desviación estándar (S) de la resistencia del hormigón a una cierta edad. Otras propiedades, como la trabajabilidad, sólo se utilizan como medio de aceptación y se asocian con la uniformidad sólo en casos especiales.

Los factores que afectan la uniformidad entre amasadas son los mismos que afectan la uniformidad dentro de una amasada, por el hecho de que se trata de replicas sucesivas del mismo proceso. Además, se presentan otros factores que varían en el tiempo y que son de efecto estacional, como por ejemplo: la calidad de los materiales, los procesos de producción (personas, equipos), las condiciones climáticas, etc.

ACI 214 (2002) presenta un método que permite evaluar la uniformidad de la producción de hormigón, considerando el efecto del muestreo, curado y ensayo de probetas por medio de la ecuación 2:

$$S_{\text{total}}^2 = S_{\text{productor}}^2 + S_{\text{laboratorio}}^2 \quad (2)$$

donde:

$S_{\text{total}}^2$ : varianza de la población de resultados de resistencia.

$S_{\text{laboratorio}}^2$ : varianza del laboratorio. Variabilidad entre

probetas gemelas a causa de variaciones en el procedimiento de muestreo, confección de probetas, compactación, transporte, curado, refrentado, y ensayo de las mismas.

$S_{\text{productor}}^2$ : varianza del productor. Variabilidad entre amasadas producto de variaciones en los materiales y procesos de producción (carga, mezclado, etc.).

La ecuación 2 corresponde a una descomposición de varianza en la cual se expresa la variabilidad total como la suma de la variación del productor y la variabilidad del laboratorio. En el documento de ACI se presenta el método de cálculo. Dicho método no corresponde a un análisis de varianza propiamente tal y se basa en aproximaciones estadísticas.

Por otro lado, y como se mencionó anteriormente, es posible llegar a una descomposición de la varianza en tres niveles o más, dependiendo del análisis de varianza que se utilice (Popovics, 1998; RCB, 1995).

Finalmente cabe mencionar que tanto la uniformidad entre amasadas, como dentro de la amasada, están sujetas a la dispersión introducida por el procedimiento y método de ensayo. Por lo tanto, es necesario en cada caso considerar las condiciones de aleatoriedad en la toma de muestras y el adecuado análisis de los resultados. La variabilidad introducida por el procedimiento de ensayo se puede cuantificar mediante un tratamiento especial de los resultados, tal como se señaló anteriormente.

### 5. Modelo de análisis de varianza jerárquico

El modelo estadístico matemático que es necesario resolver para determinar los componentes de la ecuación 1, es el modelo Anova Jerárquico (o Anidado) de tres niveles que se muestra esquemáticamente en la Figura 1.

En ciertos experimentos multifactoriales los niveles de un factor, por ejemplo el factor B, son similares pero no idénticos para diferentes niveles del otro factor, por ejemplo el A. Tal arreglo se conoce como diseño anidado de B en A. Para el presente análisis los niveles 1 y 2 del factor "muestra" son similares, pero no idénticos para cada amasada, con lo que se tiene un arreglo anidado del factor muestra dentro de cada amasada. Lo mismo sucede para las distintas probetas, las cuales se encuentran anidadas bajo cada muestra en particular. De esta forma,

la variabilidad del valor medio de las amasadas representa  $S_{\text{entre-amasada}}$ , la variabilidad entre muestras de una misma amasada constituye  $S_{\text{dentro-amasada}}$  y la dispersión entre probetas gemelas corresponde a  $S_{\text{laboratorio}}$ .

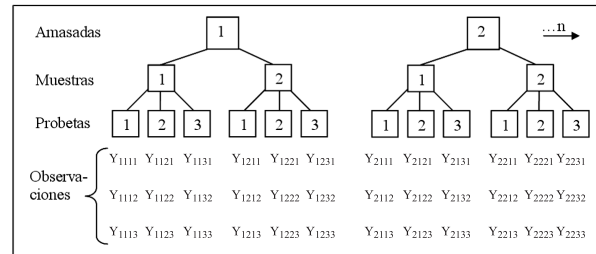


Figura 1. Modelo Anova Jerárquico de 3 etapas (adaptado de Montgomery, 1991)

El modelo estadístico lineal que define el esquema presentado anteriormente, es el diseño jerárquico de tres etapas que se expresa mediante la ecuación 3.

$$Y_{ijkl} = \mu + \tau_i + \beta_{j(i)} + \gamma_{k(ij)} + \varepsilon_{(ijk)l} \tag{3}$$

- $i = 1, 2, \dots, a$
- $j = 1, 2, \dots, b$
- $k = 1, 2, \dots, c$
- $l = 1, 2, \dots, n$

donde:

- $\mu$ : corresponde a la media global
- $\tau_i$ : es el efecto del nivel  $i$  del factor amasada.
- $\beta_{j(i)}$ : es el efecto del nivel  $j$  del factor dentro-amasada jerarquizado bajo cada nivel de amasada.
- $\gamma_{k(ij)}$ : es el efecto de la  $k$ -ésima probeta jerarquizada bajo cada nivel del factor dentro-amasada anidada en amasada.
- $\varepsilon_{(ijk)l}$ : término de error.

En el modelo se reconoce que la variabilidad está compuesta por tres fuentes: las amasadas, las muestras y las probetas. Por otro lado, debido a la naturaleza destructiva del ensayo de compresión, sólo es posible registrar una observación por probeta ensayada, por lo que en estricto rigor no es posible determinar la variabilidad propia del ensayo (variabilidad entre lecturas). En su lugar, lo que se estima es la variabilidad entre probetas gemelas, lo que se acepta como variabilidad del laboratorio porque implica la confección, curado y ensayo de probetas gemelas, las que deberían tener similar resistencia.

Asimismo, por la naturaleza destructiva del ensayo y la obtención de una sola observación (resultado) por probeta ensayada, para calcular el modelo Anova Jerárquico de tres etapas, debe ser llevado a un modelo similar pero de dos etapas. Lo anterior es necesario para realizar las pruebas de homogeneidad de varianza entre grupos y para que el grado de libertad del término de error sea distinto de cero.

La resolución del modelo se lleva cabo mediante el método de ajuste por mínimos cuadrados y se construye la "Tabla Anova" para determinar la significación estadística de cada factor. Las hipótesis del modelo, su comprobación y la verificación de la idoneidad del mismo son idénticas que para cualquier modelo de análisis de varianza (Montgomery, 1991). Las hipótesis básicas sobre la población de resultados son la distribución normal de la variable respuesta sobre cada grupo y la igualdad de varianza a través de los mismos. Dichas comprobaciones se llevan a cabo a priori. La idoneidad del modelo se comprueba mediante el análisis de los residuos, los que básicamente deben distribuir  $N(0,1)$  (para residuos estandarizados) y presentar un patrón aleatorio al ser contrastados con los factores y el valor estimado para la variable respuesta. Además, se debe tener presente que la obtención de los datos corresponde a un proceso aleatorio, con lo cual se cuida de no introducir sesgo a la investigación.

La resolución del modelo permitirá determinar la significación estadística de los factores, la desviación estándar (o varianza) aportada por cada uno a la desviación estándar total y la proporción relativa de cada factor sobre la variabilidad total.

## 6. Programa experimental

El programa experimental corresponde a un plan de muestreo de producción de hormigón premezclado, donde se siguieron las recomendaciones señaladas por Imbarack (2004) en relación a las variables que se deben considerar:

- a) Hormigón: es necesario que el experimento se lleve a cabo utilizando un solo tipo de hormigón, es decir, sobre un solo producto. La dosificación de dicho hormigón se debe mantener constante en proporción de materiales y fuente de abastecimiento. La cantidad de agua puede ser variable, ya que en la práctica ésta es ajustada en función de la trabajabilidad, dentro de los límites especificados y/o aceptados por la obra.
- b) Condiciones de preparación similares: el estudio se debe llevar a cabo en una sola planta de producción, con su respectiva flota de camiones mixer, con el objeto de

conservar durante el estudio condiciones de preparación del hormigón similares, por ejemplo, secuencia de carga, tiempo de mezclado, etc.

- c) Aleatoriedad en la elección de los camiones mixer: se debe tener presente que los camiones que serán estudiados deben provenir de la flota de producción normal en forma aleatoria, de modo tal que no se introduzca a través de ellos un sesgo en los resultados.
- d) Toma de muestras y confección de probetas: se considera importante que durante el estudio se disponga de un único laboratorio de control que tome las muestras de hormigón y realice los ensayos. Esto porque cambios de laboratorio pueden influir en la variabilidad entre amasadas, más allá de influir sobre la variabilidad del laboratorio. La variabilidad del laboratorio se refleja por la dispersión entre resultados de un mismo ensayo, bajo condiciones similares.

En particular se fijó el tipo de hormigón, su dosificación, la Planta de fabricación y la obra donde se colocó y muestreó el hormigón. La actividad de muestreo se coordinó con un Laboratorio Oficial, siguiendo procedimientos normados para cada ensayo.

Los materiales corresponden a los utilizados por la Planta al momento de realizada la experiencia. La dosificación del hormigón se presenta en la Tabla 1. El muestreo de producción se extendió por dos meses, totalizando un muestreo de 22 amasadas. Para cada amasada muestreada se tomaron 2 muestras, una al 20 % y otra 80 % del volumen total, y se completaron los ensayos de hormigón fresco y endurecido según se indica en la Tabla 2.

Tabla 1. Dosificación y especificaciones hormigón de producción

Cemento	390 kg/m <sup>3</sup>
Arena-1 (0 – 5 mm)	709 kg/m <sup>3</sup>
Arena-2 (0 – 10 mm)	117 kg/m <sup>3</sup>
Gravilla Ch (5 – 20 mm)	980 kg/m <sup>3</sup>
Agua	212 kg/m <sup>3</sup>
Aditivo-1	1445 cm <sup>3</sup> /m <sup>3</sup>
Trabajabilidad (asentamiento de Cono)	70 ± 20 mm

Tabla 2. Programa experimental

	Muestra 1 (20 % descarga)	Muestra 2 (80 % descarga)
Amasadas (n = 22)	- Asentamiento de Cono - Densidad hormigón fresco - 3 prob. para resistencia a 28 días - Densidad hormigón endurecido - Contenido de aire	- Asentamiento de Cono - Densidad hormigón fresco - 3 prob. para resistencia a 28 días - Densidad hormigón endurecido

## 7. Análisis de resultados

### 7.1 Resolución del Modelo de Análisis de Varianza

Los datos medidos en terreno y laboratorio se presentan en la Tabla 3. Con dichos datos se resolvió el modelo de la Ecuación 1 utilizando el software estadístico SPSS. Cabe señalar que durante el muestreo del hormigón se detectaron las siguientes 3 posibles situaciones antes de la descarga del hormigón, respecto de su trabajabilidad.

- Ajuste de Cono tipo 0: corresponde a aquellos hormigones que no necesitaron ajuste de agua por trabajabilidad al ser descargados en obra. Su descarga fue continua.
- Ajuste de Cono tipo 1: corresponde a aquellos

hormigones que se ajustaron con agua por trabajabilidad antes del inicio de la descarga. Una vez agregada el agua y efectuada la remezcla se procedió a la descarga continua.

- Ajuste de Cono tipo 2: corresponde a aquellos hormigones que fueron ajustados con agua por trabajabilidad entre las dos muestras tomadas. Es decir, la segunda muestra corresponde a un hormigón directamente con más agua.

Debido a lo anterior, el análisis de varianza fue realizado en tres etapas, utilizando los datos en forma agregada desde el ajuste de Cono tipo 0 hasta el tipo 2.

Tabla 3. Resultados doble muestreo propiedades de calidad del hormigón

Anotada	Fecha	Muestra	Probeta	Muestra correlativa	Tipo ajuste Cono	Temp. Ambiente (°C)	Temp. Hormigón (°C)	Asestamiento de Cono (mm)	Contenido de aire (%)	Densidad H. Fresco (kg/m³)	Densidad H. Endur (kg/m³)	Resistencia a 28 días (MPa)		
1	06-03-01	1	1	1	0	24	26	65	1,5	2415	2400	53,6		
			2			2390	53,6							
			3			2400	53,4							
			1			2405	2430	47,7						
			2			2410	50,0							
			3			2400	50,0							
		2	1	1		3	22,6	26		80	1,0	2409	2420	51,3
				2			2420	51,5						
				3			2420	51,2						
				1			85	2422		2430	51,7			
				2			2420	50,9						
				3			2430	51,2						
3	12-03-01	1	1	5	0	32,3	32	65	1,0	2388	2400	52,5		
			2			2400	54,4							
			3			2390	53,4							
			1			60	2401	2380		49,7				
			2			2390	50,4							
			3			2390	50,0							
		2	1	1		7	29,6	29,9		80	1,0	2405	2410	52,5
				2			2420	53,7						
				3			2410	53,0						
				1			90	2393		2390	49,9			
				2			2380	51,0						
				3			2390	52,2						
5	14-03-01	1	1	9	1	30,7	30,1	80	1,1	2402	2390	46,8		
			2			2390	46,5							
			3			2400	46,6							
			1			60	2419	2390		53,9				
			2			2390	54,3							
			3			2390	54,0							
		2	1	1		11	24,1	29,7		65	1,1	2413	2400	54,9
				2			2390	55,3						
				3			2390	54,7						
				1			75	2401		2410	52,7			
				2			2410	53,8						
				3			2410	53,2						
7	20-03-01	1	1	13	0	20	27,4	70	1,2	2422	2410	59,9		
			2			2420	59,2							
			3			2420	60,9							
			1			65	2419	2420		52,0				
			2			2410	53,0							
			3			2430	53,5							
		2	1	1		15	14,5	24,3		80	1,1	2386	2400	54,9
				2			2410	56,5						
				3			2410	57,7						
				1			75	2426		2400	53,2			
				2			2410	52,9						
				3			2400	53,0						
9	26-03-01	1	1	17	0	25,6	27,5	50	1,6	2438	2420	54,7		
			2			2430	58,4							
			3			2430	57,5							
			1			60	2415	2430		54,3				
			2			2420	54,3							
			3			2420	58,0							
		2	1	1		19	30,8	31,4		60	0,9	2368	2400	53,8
				2			2410	53,4						
				3			2400	53,7						
				1			60	2340		2390	48,6			
				2			2390	50,0						
				3			2400	49,7						
11	02-04-01	1	1	21	1	21,8	26,8	65	1,4	2412	2430	55,1		
			2			2440	54,7							
			3			2430	53,9							
			1			60	2409	2400		50,8				
			2			2400	50,4							
			3			2400	50,0							
		2	1	1		22	21,8	26,8		65	1,4	2412	2430	55,1
				2			2440	54,7						
				3			2430	53,9						
				1			60	2409		2400	50,8			
				2			2400	50,4						
				3			2400	50,0						



Continuación Tabla 3. Resultados doble muestreo propiedades de calidad del hormigón

Amasada	Fecha	Muestra	Probeta	Muestra correlativa	Tipo ajuste Cono	Temp. Ambiente (°C)	Temp. Hormigón (°C)	Asentamiento de Cono (mm)	Contenido de aire (%)	Densidad H. Fresco (kg/m³)	Densidad H. Endur (kg/m³)	Resistencia a 28 días (MPa)
12	03-04-01	1	1	23	1	21,6	26,6	50	1,3	2408	2390	53,0
			2			-----	-----	-----		-----	2390	52,5
			3			-----	-----	-----		-----	2400	52,9
		2	1	24	0	-----	-----	50	-----	2404	2400	50,3
			2			-----	-----	-----		-----	2400	50,1
			3			-----	-----	-----		-----	2400	51,0
13	04-04-01	1	1	25	0	21,3	24,5	60	1,4	2409	2420	54,8
			2			-----	-----	-----		-----	2420	54,6
			3			-----	-----	-----		-----	2420	54,2
		2	1	26	0	-----	-----	60	-----	2418	2430	49,4
			2			-----	-----	-----		-----	2420	50,5
			3			-----	-----	-----		-----	2420	50,2
14	09-04-01	1	1	27	2	26,6	28,2	40	1,3	2438	2440	54,0
			2			-----	-----	-----		-----	2440	54,2
			3			-----	-----	-----		-----	2440	53,7
		2	1	28	0	-----	-----	65	-----	2418	2430	52,1
			2			-----	-----	-----		-----	2430	52,5
			3			-----	-----	-----		-----	2420	52,2
15	10-04-01	1	1	29	0	22	25,2	55	1,3	2443	2420	57,9
			2			-----	-----	-----		-----	2420	57,2
			3			-----	-----	-----		-----	2430	56,6
		2	1	30	0	-----	-----	55	-----	2431	2410	54,6
			2			-----	-----	-----		-----	2410	56,5
			3			-----	-----	-----		-----	2410	54,9
16	11-04-01	1	1	31	0	25,5	27,9	55	1,4	2437	2420	54,2
			2			-----	-----	-----		-----	2420	52,1
			3			-----	-----	-----		-----	2410	52,7
		2	1	32	0	-----	-----	50	-----	2439	2440	49,0
			2			-----	-----	-----		-----	2440	51,3
			3			-----	-----	-----		-----	2450	50,0
17	16-04-01	1	1	33	0	24	28	60	1,7	2426	2390	49,5
			2			-----	-----	-----		-----	2400	48,3
			3			-----	-----	-----		-----	2410	48,9
		2	1	34	0	-----	-----	60	-----	2424	2390	47,4
			2			-----	-----	-----		-----	2380	48,3
			3			-----	-----	-----		-----	2400	47,8
18	17-04-01	1	1	35	0	16,9	23,4	40	1,5	2429	2410	58,4
			2			-----	-----	-----		-----	2400	59,2
			3			-----	-----	-----		-----	2400	58,8
		2	1	36	0	-----	-----	30	-----	2415	2410	55,0
			2			-----	-----	-----		-----	2420	55,5
			3			-----	-----	-----		-----	2410	55,2
19	18-04-01	1	1	37	0	18	21,7	70	1,4	2400	2400	51,9
			2			-----	-----	-----		-----	2400	51,7
			3			-----	-----	-----		-----	2400	52,8
		2	1	38	0	-----	-----	60	-----	2408	2380	51,9
			2			-----	-----	-----		-----	2380	52,8
			3			-----	-----	-----		-----	2390	53,3
20	23-04-01	1	1	39	2	23,9	28,4	30	1,4	2444	2410	55,1
			2			-----	-----	-----		-----	2410	56,5
			3			-----	-----	-----		-----	2410	57,8
		2	1	40	0	-----	-----	50	-----	2426	2380	52,9
			2			-----	-----	-----		-----	2380	52,2
			3			-----	-----	-----		-----	2390	52,5
21	24-04-01	1	1	41	0	23	26,9	65	1,6	2400	2390	51,7
			2			-----	-----	-----		-----	2380	52,0
			3			-----	-----	-----		-----	2390	52,1
		2	1	42	0	-----	-----	65	-----	2392	2380	47,7
			2			-----	-----	-----		-----	2380	47,3
			3			-----	-----	-----		-----	2390	47,5
22	25-04-01	1	1	43	2	26,1	26	45	1,5	2443	2430	56,4
			2			-----	-----	-----		-----	2420	56,2
			3			-----	-----	-----		-----	2420	56,3
		2	1	44	0	-----	-----	70	-----	2406	2400	51,7
			2			-----	-----	-----		-----	2400	51,7
			3			-----	-----	-----		-----	2400	52,0

Todas las muestras tomadas y resultados obtenidos se consideran válidos ya que el hormigón fue aceptado y colocado sin dificultad. Un análisis más profundo de las otras propiedades se presenta en Imbarack (2004). La Figura 2 presenta la variación de la resistencia de las amasadas muestreadas a lo largo del tiempo, identificando las muestras 1 y 2, y el tipo de ajuste de asentamiento de Cono en obra. En la figura señalada se puede observar claramente que existe dispersión entre muestras de la misma amasada y entre amasadas.

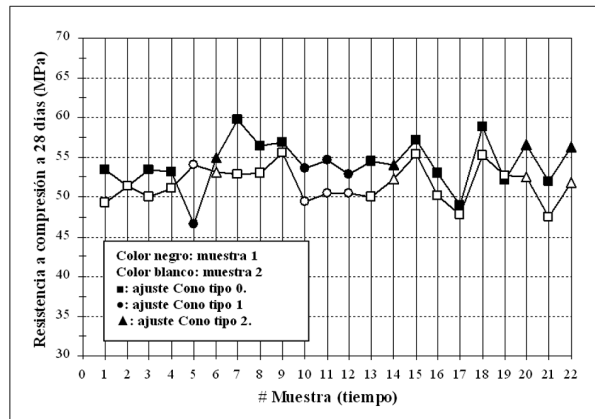


Figura 2. Resistencia a compresión de muestras en cada amasada

Para aplicar el método de Análisis de Varianza Jerárquico, inicialmente se comprobó las hipótesis del modelo sobre la variable dependiente, lo que se verificó para cada etapa de cálculo. Los resultados de la prueba de normalidad K-S (Tabla 4) indican que los resultados provienen de una distribución normal. En cambio, la prueba de Levene para homogeneidad de varianza es rechazada (ver Tabla 4); sin embargo, dicha violación del supuesto no afecta mayormente los resultados (Himmel y Maltes, 1981).

Tabla 4. Prueba de normalidad y homogeneidad de varianza

Ajuste Cono	Prueba de normalidad K-S			Prueba homogeneidad varianza Levene			
	Estadístico	G.L.	Sig.	F	GL1	GL2	Sig.
0	0,062	84	0,200	3,121	27	56	0,000
1	0,058	108	0,200	3,271	35	72	0,000
2	0,051	132	0,200	3,208	43	88	0,000

La Tabla 5 corresponde a la tabla Anova calculada para cada una de las etapas. En ella se destaca

que la variabilidad entre-amasadas resultó significativa en todas las etapas (sig. < 0,050), en cambio la fuente de variación entre-amasadas resultó significativa sólo en la etapa 1. Esto se debe a que en las etapas 2 y 3 los resultados agregados se agruparon en torno a la media global, acotando dicha dispersión.

Tabla 5. Tabla Anova para diseño jerárquico, aplicado a las tres etapas de cálculo

Etapa	Fuente de variación		Suma de cuadrados	G.L.	Cuadrados medios	F	Sig.	Eje-cuadrado	Poder observado
1	Constante	Hipótesis	235479,241	1	235479,24	5432,94	0,000	0,998	1,000
	Entre-Amasada	Hipótesis	563,457	13	43,34	2,524	0,049	0,701	0,782
	Dentro-Amasadas	Hipótesis	240,445	14	17,17	22,025	0,000	0,846	1,000
	Laboratorio	Error	43,667	56	0,78	—	—	—	—
2	Constante	Hipótesis	299094,188	1	299094,19	8249,390	0,000	0,998	1,000
	Entre-Amasada	Hipótesis	616,361	17	36,26	1,700	0,137	0,616	0,683
	Dentro-Amasadas	Hipótesis	383,995	18	21,33	32,942	0,000	0,892	1,000
	Laboratorio	Error	46,627	72	0,65	—	—	—	—
3	Constante	Hipótesis	368893,027	1	368893,027	1798,686	0,000	0,998	1,000
	Entre-Amasada	Hipótesis	656,578	21	31,27	1,541	0,161	0,595	0,715
	Dentro-Amasadas	Hipótesis	446,418	22	20,29	34,602	0,000	0,896	1,000
	Laboratorio	Error	51,607	88	0,59	—	—	—	—

Nota: significación estadística al 5,0%

Finalmente, la Tabla 6 presenta los resultados de variabilidad para cada factor en unidad de resistencia (MPa) y en forma relativa (%). Según se puede observar, para el caso en que el hormigón fue descargado sin ninguna agregación de agua después de su salida de planta, la variabilidad mayor se concentra dentro de las amasadas (51,5 %). Dicho resultado aumenta cuando hay agregación de agua antes de la descarga (68, 7 %) y se acrecienta aún más, como era de esperar, cuando hay adición de agua entre muestras (73,1 %). La variabilidad entre-amasadas representa menos de la mitad de la variabilidad total cuando no hay ajuste de trabajabilidad en obra (41,1 %), dicho valor disminuye en las etapas de cálculo 2 y 3 debido al efecto señalado más adelante. La dispersión del laboratorio mantiene un orden de importancia relativamente bajo (< 7,5 %) y resulta en magnitud de resistencia menor a 1,0 MPa, lo que es considerado como “bueno” en la práctica (Day, 1999).

El valor de desviación estándar (S = 3,26 MPa) para la variabilidad total es muy bueno (ACI, 2002). Su disminución entre etapas se debe a que los datos agregados en las etapas 2 y 3 se ubican en torno a la media global y por tanto no aumentan la dispersión, sino que la disminuye al aumentar el número de datos recolectados. Lo mismo explica la evolución de S<sub>entre-amasadas</sub>. Por el contrario, y debido a la aptitud del modelo para explicar



el fenómeno de varianza, se observa que  $S_{dentro-amasadas}$  aumenta por la mayor dispersión introducida a las amasadas. El valor de  $S_{laboratorio}$  se mantiene aproximadamente constante, ya que no se ve afectado por la variabilidad introducida entre las muestras (depende sólo de la variación entre probetas gemelas).

Tabla 6. Descomposición de la variabilidad total de la resistencia según modelo Anova Jerárquico para los factores entre-amasada, dentro-amasadas y laboratorio

Etapa	X (MPa)	S (MPa)				Variabilidad Relativa (%)			
		Entre-Amasada	Dentro-Amasadas	Lab	Total	Entre-Amasada	Dentro-Amasadas	Lab	Total
1	52,9	2,08	2,34	0,88	3,26	41,1	51,5	7,4	100
2	52,6	1,58	2,63	0,80	3,17	24,8	68,7	6,5	100
3	52,8	1,35	2,56	0,77	2,99	20,4	73,1	6,5	100

Nota: S: desviación estándar;  $S^2$  estimador poblacional de  $\sigma^2$ .

En general, y por lo mostrado hasta aquí, no es equivalente tomar una muestra de hormigón cerca del principio o hacia al final de la descarga. Esto se debe a que se ha descubierto una diferencia significativa en la resistencia obtenida entre muestras, lo cual puede generar criterios encontrados en la práctica. La normativa vigente sobre extracción de muestras de hormigón fresco, NCh171.E085, establece que para camiones hormigonera la muestra debe ser tomada en tres o más intervalos regulares, lo que teóricamente es recomendable y concuerda con los resultados analizados. Pero, por otro lado es muy difícil de conseguir en la realidad dada las condiciones de la descarga de hormigón premezclado en obra. La práctica de obtener una muestra desde el centro del volumen descargado podría ser lo más indicado.

### 7.2 Idoneidad del Modelo (Análisis de residuos)

La idoneidad del modelo de análisis de varianza para las tres etapas se verificó a través del análisis de los residuos estandarizados. Para ello se comprobó la normalidad de los residuos, su valor medio y dispersión, y su distribución versus el valor predicho por el modelo.

El análisis de los residuos muestra que según las pruebas de normalidad de Kolmogorov-Smirnov (Tabla 7), sólo los residuos de la etapa 1 se ajustan a una distribución normal, pero observando los gráficos tipo Q-Q se aprecia que la diferencia respecto de una distribución normal es escasa para las etapas 2 y 3 (Figuras 3, 4 y 5).

Tabla 7. Prueba de normalidad residuos estandarizados modelo anova jerárquico.

Ajuste Cono	Prueba de normalidad K-S			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	G.L.	Sig.	Estadístico	G.L.	Sig.
0	0,094	84	0,065	0,975	84	0,108
1	0,094	108	0,020	0,967	108	0,008
2	0,101	132	0,002	0,956	132	0,000

Prueba K-S corrección de la significación de Lilliefors

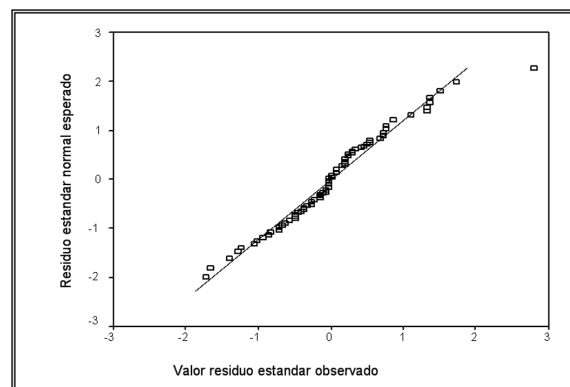


Figura 3. Gráfico tipo Q-Q para residuos estandarizados etapa 1

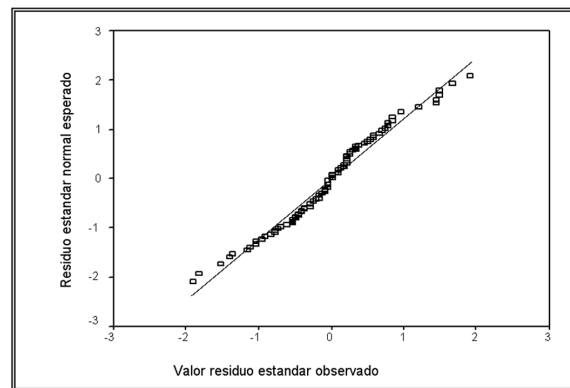


Figura 4. Gráfico tipo Q-Q para residuos estandarizados etapa 2

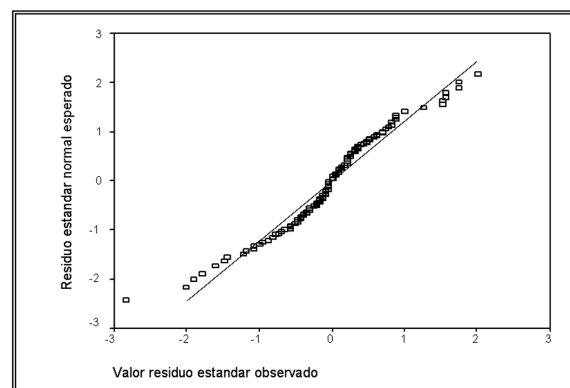


Figura 5. Gráfico tipo Q-Q para residuos estandarizados etapa 3

Según la Tabla 8 el valor medio de los residuos estandarizados para las tres etapas es cero y la dispersión es cercana a uno  $N(0,1)$ . En las Figuras 6, 7 y 8 se aprecia la aleatoriedad de los residuos estandarizados versus el

valor predicho por el modelo. Además, la línea horizontal que cruza el valor cero en el eje de las coordenadas muestra el valor medio de la distribución.

Tabla 8. Resumen estadístico residuos estándar: etapas 1, 2 y 3

Residuo estandarizado para R28	Etapa 1		Etapa 2		Etapa 3	
	Valor	Error típ.	Valor	Error típ.	Valor	Error típ.
Estadístico						
Media	0,0000	0,0896	0,0000	0,0789	0,0000	0,0713
Intervalo de confianza para la media al 95%	Límite Inf.	-0,1783	-0,1565	-0,1565	-0,1411	-0,1411
	Límite Sup.	0,1783	0,1565	0,1565	0,1411	0,1411
Media recortada al 5%	-0,0019		0,0014		-0,001	
Mediana	-0,0377		-0,0207		-0,0435	
Varianza	0,6750		0,6730		0,6720	
Desv. típ.	0,8214		0,8203		0,8196	
Mínimo	-2,4500		-2,6900		-2,8300	
Máximo	2,7900		3,0700		3,2200	
Rango	5,2400		5,7600		6,0500	
Amplitud intercuartil	0,8871		0,7767		0,7291	
Asimetría	0,1230	0,2630	0,1120	0,2330	0,1020	0,2110
Curtosis	1,5590	0,5200	2,1640	0,4610	2,4780	0,4190

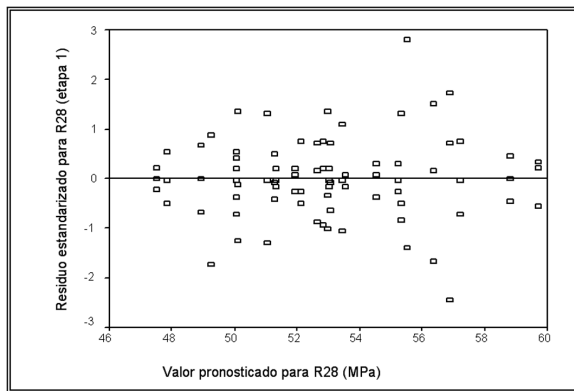


Figura 6. Residuos estándar versus valor predicho, etapa 1

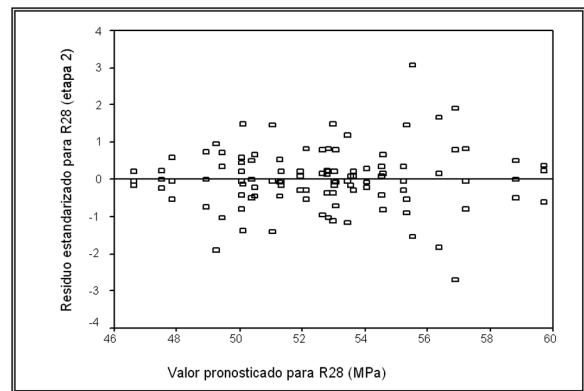


Figura 7. Residuos estándar versus valor predicho, etapa 2

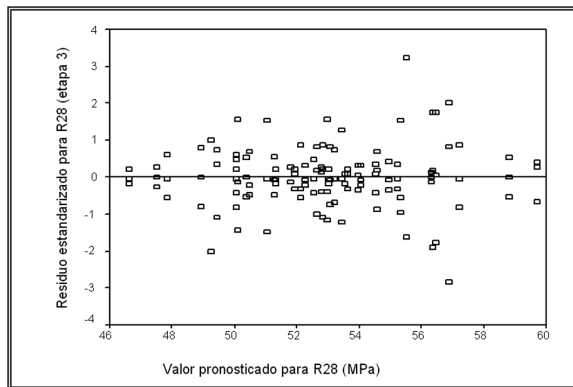


Figura 8. Residuos estándar versus valor predicho, etapa 3

## 8. Conclusiones

El método de análisis de varianza jerárquico aplicado a la situación real de producción de hormigón premezclado permitió obtener las siguientes conclusiones:

- El modelo de análisis de varianza propuesto y utilizado permitió evaluar y analizar de una sola vez la uniformidad de la producción de hormigón premezclado, ya que fue posible comparar la dispersión entre amasadas, dentro de las amasadas y la dispersión del laboratorio.
- Sorpresivamente, la variabilidad dentro de las amasadas representó más de la mitad de la dispersión total (51,5%), en condiciones ideales de operación (ajuste Cono tipo 0, etapa 1 de cálculo). Este valor se elevó importantemente (68,7%) cuando hubo agregación de agua en obra para mejorar la trabajabilidad antes de la descarga. Cuando se agregó agua entre muestras, y como era de esperar, la dispersión dentro de las amasadas aumentó aún más (73,1%).

La dispersión señalada implica que, bajo las condiciones de operación existentes, hay una pobre homogeneización de los materiales dentro de la mezcla. Es posible, según los antecedentes presentados, que efectivamente el cemento haya sido mal distribuido y de esta forma se haya visto reflejado en la resistencia. Este hecho puede implicar que los resultados de muestreo "estándar" pueden verse influidos por la porción del volumen donde se obtenga la muestra. Sin embargo, analizadas las propiedades de asentamiento de Cono, densidad de hormigón fresco y endurecido esto no se pudo comprobar.

- La variabilidad entre las amasadas representa aproximadamente el 40% de la dispersión total bajo condiciones ideales de operación (ajuste Cono tipo 0,

etapa 1 de cálculo). Así es la segunda fuente de variabilidad, pero resulta ser un valor bastante moderado dado el extenso período de tiempo de la investigación y la consecuente variabilidad de materias primas, condiciones ambientales, etc.

- El aporte de la variabilidad del laboratorio resulta ser el valor más bajo, con un 7,6% en las condiciones señaladas anteriormente. En términos absolutos, la desviación estándar (S) resultó igual a 0,88 MPa, valor bastante bajo y consistente con criterios prácticos de evaluación.
- La variabilidad total, bajo condiciones ideales de operación (ajuste Cono tipo 0, etapa 1 de cálculo), resultó ser buena (3,26 MPa). Lo anterior muestra que el proceso de fabricación del hormigón se encuentra bastante controlado y el productor es capaz de entregar un producto con baja dispersión.
- Por otra parte, debido a que la mayor parte de la variabilidad total de la resistencia se determinó dentro de las amasadas, existe una gran oportunidad de mejoramiento sobre la homogeneización del hormigón en cada amasada. Algunos factores que el proveedor puede controlar y modificar para ello son: tiempo de amasado, velocidad de amasado, estado de paletas y aletas de los equipos y secuencia de carguío de materiales.

## 9. Agradecimientos

Los autores agradecen a hormigones Pétreos S.A., en particular a los Sres. Arturo Holmgren y Carlos Ríos, por su colaboración para hacer posible la realización de este estudio.

## 10. Referencias

- ACI (2002), ACI Committee 214R-02 "Recommended Practice for Evaluation of Strength Test Results of Concrete [Reapproved 2002]", American Concrete Institute, Farmington Hills, Mich., 20pp.
- ASTM (1997), ASTM C 94 "Standard Specification for Ready-Mixed Concrete", Annual Book of ASTM Standards V. 4 Construction, ASTM, EE.UU.
- Charonnat Y. (1996), "Efficiency of Concrete Mixers. Production Methods and Workability of Concrete", Proceedings of the International RILEM Conference, E & FN SPON, Paisley, Scotland. June 3-5, pp 3 - 10.
- Day K. W. (1999), "Concrete Mix Design, Quality Control and Specification 2nd Edition". E & FN SPON, Australia.



- Dewar J. D. y Anderson R. (1992), "Manual of Ready-Mixed Concrete". Blackie Academic & Professional. Glasgow U.K.
- Ferraris C. (2001), "Concrete Mixing Methods and Concrete Mixers: State of the Art". Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology, Volumen 106, Number 2.
- Himme, E. y Maltes S. (1981), "Diseños de Investigación y Análisis de Datos", Pontificia Universidad Católica de Chile, Dirección de Investigación, DIUC.
- Imbarack C. (2004), "Metodología para el Control, Análisis y Optimización del Sistema de Producción de una Planta de Hormigón Premezclado", Tesis para optar al grado de Magíster en Ciencias de la Ingeniería, Escuela de Ingeniería, Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago, Chile.
- INN (1986), NCh1789.Of86 "Hormigón - Determinación de la uniformidad obtenida en el mezclado del hormigón fresco", INN, Chile.
- INN (1989), NCh1998Of.89 "Hormigón - Evaluación Estadística de la Resistencia Mecánica", INN, Chile.
- Montgomery D. (1991), "Diseño y Análisis de Experimentos", Grupo Editorial Iberoamérica. México.
- Neville A. (1996), "Properties of Concrete. Fourth and Final Edition", John Wiley & Sons, Inc. New York, USA.
- Popovics S. (1998), "Strength and Related Properties of Concrete. A Quantitative Approach", Drexel University. John Wiley & Sonss Inc., U.S.A.
- R.C.B. (1995), "The Essential Ingredient", The Ready-Mixed Concrete Bureau, U.K.

